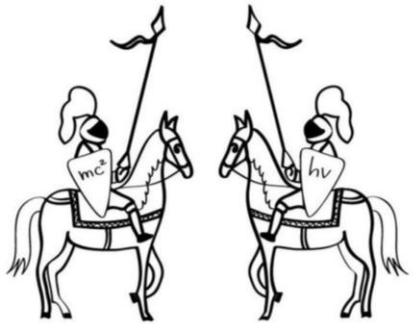
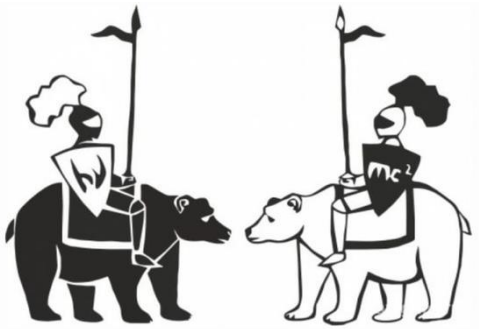
Novosibirsk State University
*THE REAL SCIENCE



Открытый Всероссийский
Турнир Юных Физиков





ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

- Теория как часть научного познания
- Инструменты теоретика: проекция на ТЮФ
- Сравнение теории и эксперимента

Выступающий:

Александр Алексеевич Зинкевич,

ИТ СО РАН, ФФ НГУ, МБОУ Гимназия №4

О ЧЁМ ЭТОТ ВЕБИНАР

- **Почему нам вообще интересны теоретические модели?**
  Зачем это нужно в исследовании?
- **Роль теоретической модели в построении доклада.**
  Главные физические идеи
- **Инструменты построения модели, доступные юным физикам и их руководителям**
- **Анализ полученных результатов.**
  Связь теории с экспериментом, сравнение



Маршрут исследования:

наблюдение явления – формулирование вопросов – формирование качественного объяснения – формирование модели – проверка гипотез в эксперименте – анализ – новые вопросы

ЗАЧЕМ НУЖНА ТЕОРИЯ?

Команда уже провела наблюдения; сформулировала первые вопросы; придумала первые правдоподобные ответы на вопрос “почему происходит явление?”

Качественное объяснение демонстрирует:	Теоретическая модель делает следующий шаг:
• Почему возникает явление?	• Как описать явление на определённом языке?
• Что является основными движущими механизмами явления?	• Как представить эти механизмы на математическом языке ?
• Какие параметры являются существенными? Почему? Вклад каких эффектов они отражают?	• Какое поведение система может демонстрировать при различных параметрах?

Чтобы из правдоподобного физического объяснения получить проверяемые утверждения о реальности

КЛЮЧЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИ



Почему, как мы предполагаем, возникает наблюдаемое явление?

- **что является причиной и что должно влиять на поведение системы;**
- **какие процессы являются определяющими;**
- **какие эффекты конкурируют;**

КЛЮЧЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИ

ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ



Почему, как мы предполагаем, возникает наблюдаемое явление?

- что является причиной и что должно влиять на поведение системы;
- какие процессы являются определяющими;
- какие эффекты конкурируют;

Какую реальную систему мы превращаем в модель?

- **Что критически важно для описания?**
- **Допущения: чем в выбранной постановке можно пренебречь?**
- **Достаточно ли выбранного набора механизмов, чтобы объяснить основное поведение?**

КЛЮЧЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИ

ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Механизм → **Предположения** → **Переменные** → **Законы** → **Предсказание**

Почему, как мы предполагаем, возникает наблюдаемое явление?

- что является причиной и что должно влиять на поведение системы;
- какие процессы являются определяющими;
- какие эффекты конкурируют;

Как мы от реальной системы переходим к модели?

- Механизм: что критически важно для описания
- Допущения: чем в выбранной постановке можно пренебречь?
- Достаточно ли выбранного набора механизмов, чтобы объяснить основное поведение?

Какими величинами мы будем представлять состояние системы?

- **Какие величины действительно изменяются? Что в задаче является параметрами?**
- **Какой минимальный набор величин описывает состояние модели?**

КЛЮЧЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИ

ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Механизм → **Предположения** → **Переменные** → **Законы** → **Предсказание**

Почему, как мы предполагаем, возникает наблюдаемое явление?

- что является причиной и что должно влиять на поведение системы;
- какие процессы являются определяющими;
- какие эффекты конкурируют;

Как мы от реальной системы переходим к модели?

- Механизм: что критически важно для описания
- Допущения: чем в выбранной постановке можно пренебречь?
- Достаточно ли выбранного набора механизмов, чтобы объяснить основное поведение?

Какими величинами мы будем представлять состояние системы?

- Какие величины действительно изменяются? Что в задаче является параметрами?
- Какой минимальный набор величин описывает состояние модели?

Какой фундаментальный принцип описывает механизмы?

- **Почему именно этот закон применим?**
- **Откуда берётся каждый член уравнения?**
- **Какие инструменты использовать для описания (аналогии, симметрии, методы)?**

КЛЮЧЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИ

ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Механизм → **Предположения** → **Переменные** → **Законы** → **Предсказание**

Почему, как мы предполагаем, возникает наблюдаемое явление?

- что является причиной и что должно влиять на поведение системы;
- какие процессы являются определяющими;
- какие эффекты конкурируют;

Как мы от реальной системы переходим к модели?

- Механизм: что критически важно для описания
- Допущения: чем в выбранной постановке можно пренебречь?
- Достаточно ли выбранного набора механизмов, чтобы объяснить основное поведение?

Какими величинами мы будем представлять состояние системы?

- Какие величины действительно изменяются? Что в задаче является параметрами?
- Какой минимальный набор величин описывает состояние модели?

Какой фундаментальный принцип описывает механизмы?

- Почему именно этот закон применим?
- Откуда берётся каждый член уравнения?
- Какие инструменты использовать для описания (аналогии, симметрии, методы)?

Какую конкретно физическую ситуацию мы умеем предсказывать?

- **Как связать предсказываемую моделью величину с величиной, измеряемой в эксперименте?**
- **Какие выводы можно сделать из полученных результатов?**

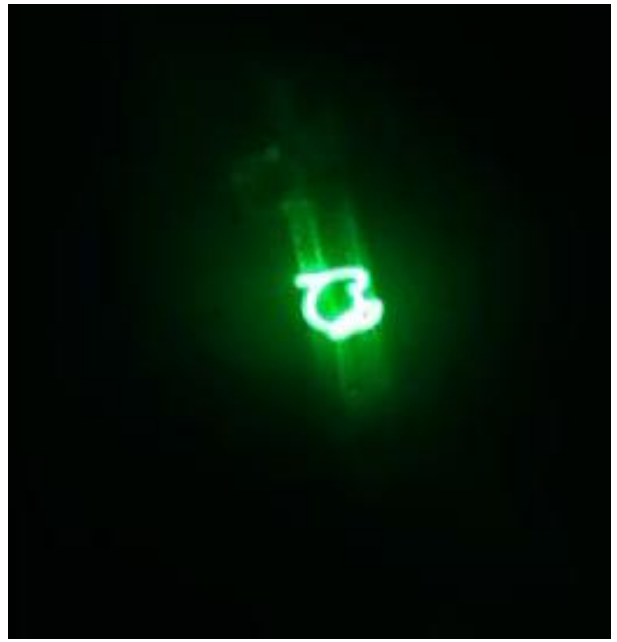
Теоретическая модель существует не в отрыве от качественного объяснения и эксперимента,
она крепко с ними связана.

СВЯЗЬ МЕЖДУ ЧАСТЯМИ: ПРИМЕР

Тонкая резиновая **мембрана**, натянутая на круглую рамку, приводится в колебательное движение **с помощью динамика**.

На мембране закреплено **небольшое зеркало** так, чтобы оно **отражало лазерный луч** на удалённый экран. При определённых условиях лазерное пятно будет вычерчивать **сложные узоры**, установившиеся или изменяющиеся со временем.

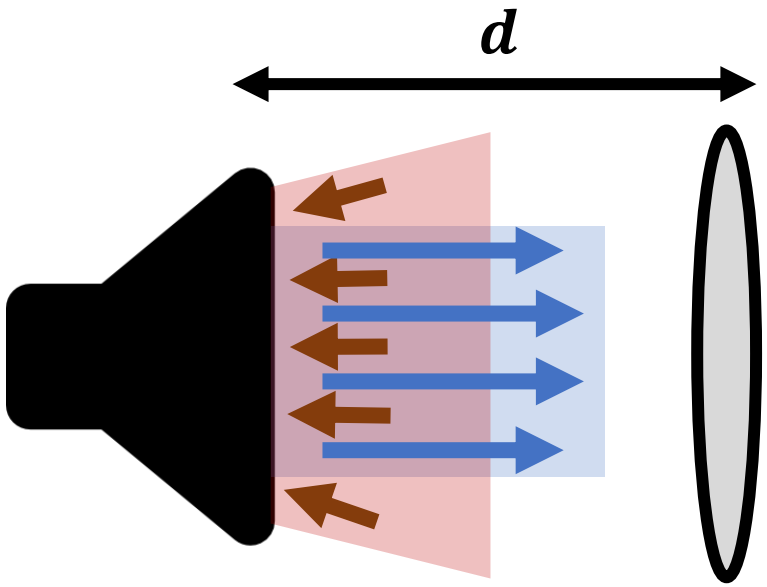
Исследуйте **связь параметров воздействия динамика на мембрану, свойств мембраны и возникающих световых узоров.**

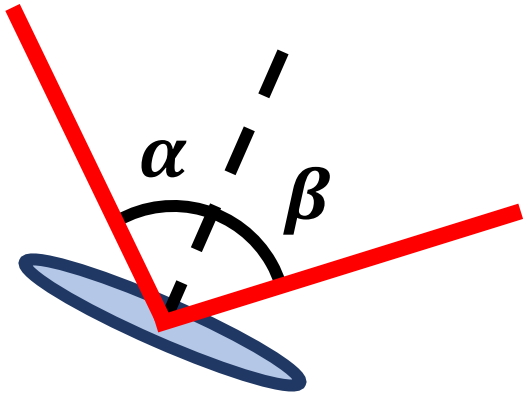


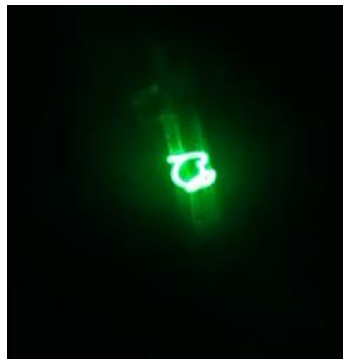
СВЯЗЬ МЕЖДУ ЧАСТЯМИ: ПРИМЕР

ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ









ФГ – 100 | **Динамик** | **Мембрана** | **Зеркальце** | **Изображение на экране**

Сигнал функционального генератора $V(t)$ → **Перераспределение давления из-за акустического динамика** → **Колебания мембраны вместе с зеркалом** → **Отражение луча от зеркала** → **Камера фиксирует спроецированный на экран рисунок**

БЛОК 1: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

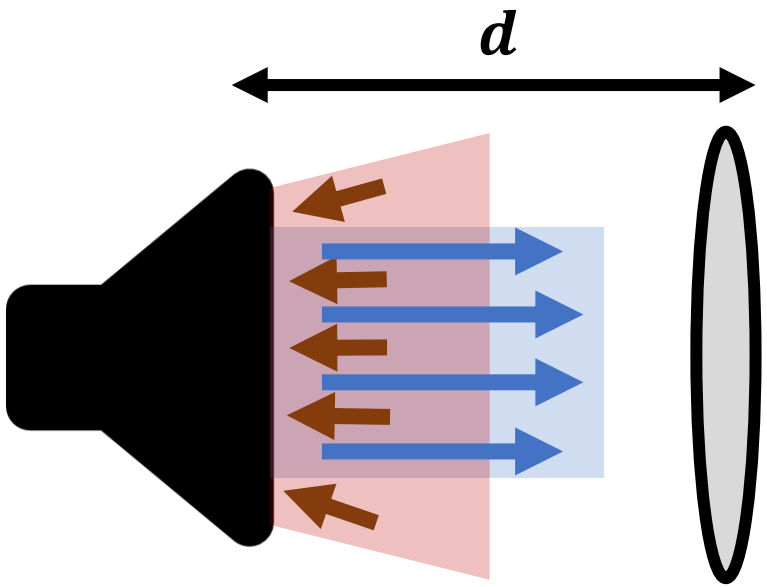
Сигнал функционального генератора
$V(t)$

Перераспределение давления из-за акустического динамика



ФГ – 100

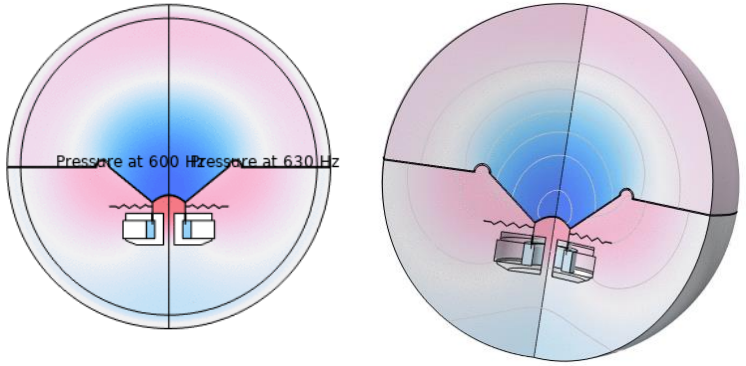
Контролируемые параметры:
f, A



Динамик **Мембрана**

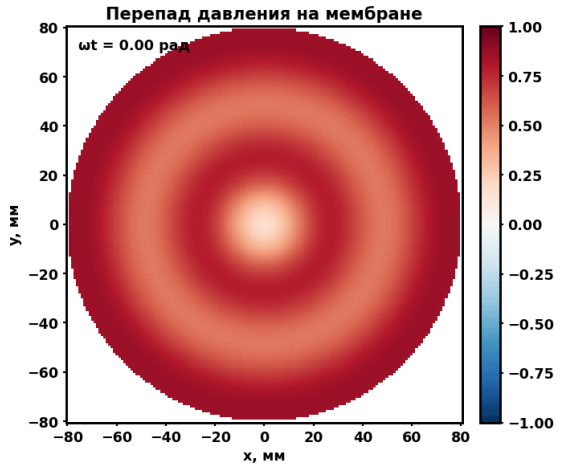
В чём основная сложность?

Необходимо понимать, как именно распределено давление, чтобы определить воздействие на мембрану



Итогом первого блока должна быть функция давления от координаты и времени в области мембраны

БЛОК 2: КОЛЕБАНИЯ МЕМБРАНЫ

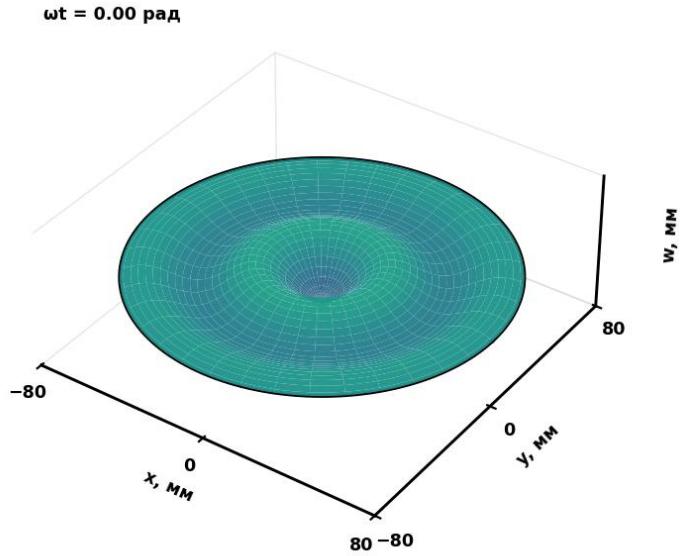




Колебания связанной системы

В чём основная сложность?

Необходимо определить, как распределение давления, полученное на 1 шаге, связано с колебаниями мембраны



Какие моды мембраны возбуждаются?

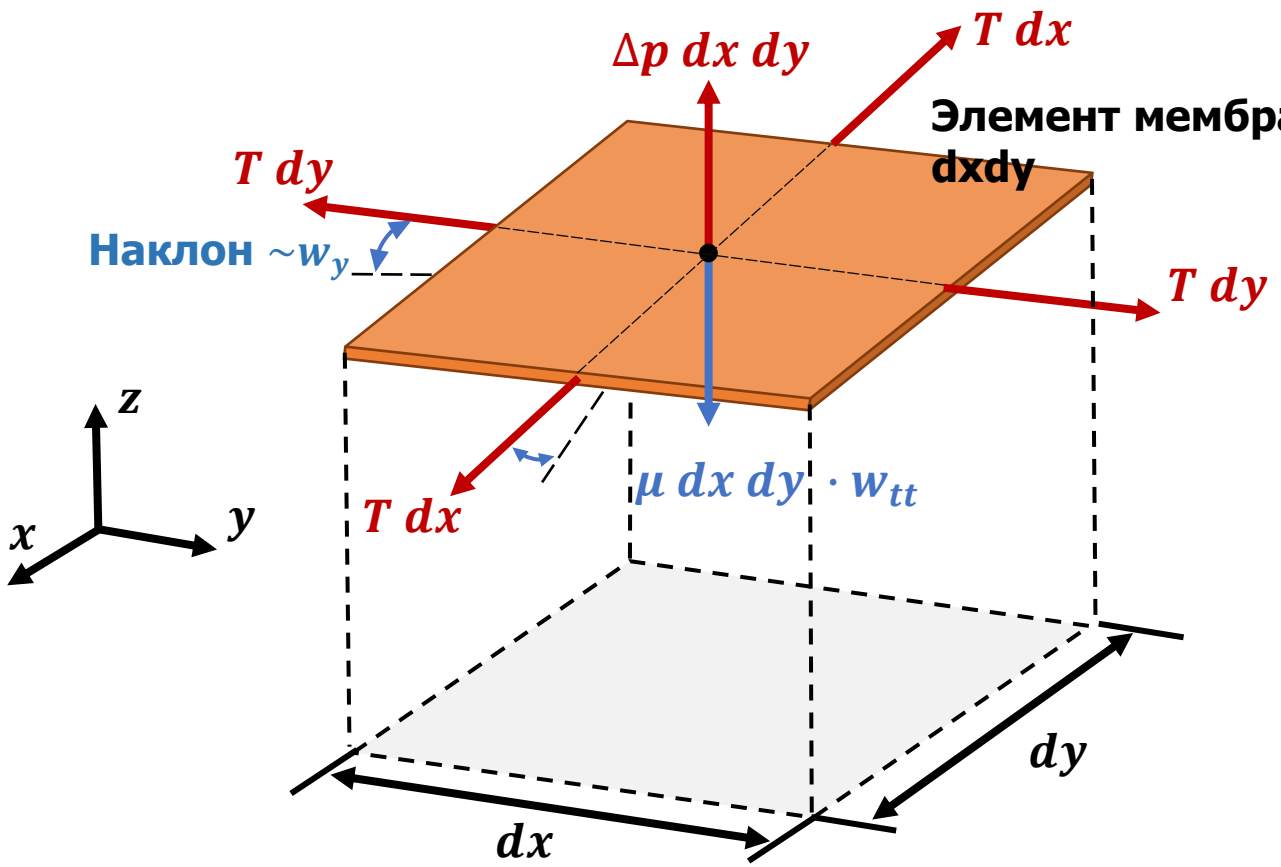
1. Моды, для которых воздействие попадает в пучность

2. Моды, частота которых близка к резонансу мембраны

БЛОК 2: КОЛЕБАНИЯ МЕМБРАНЫ

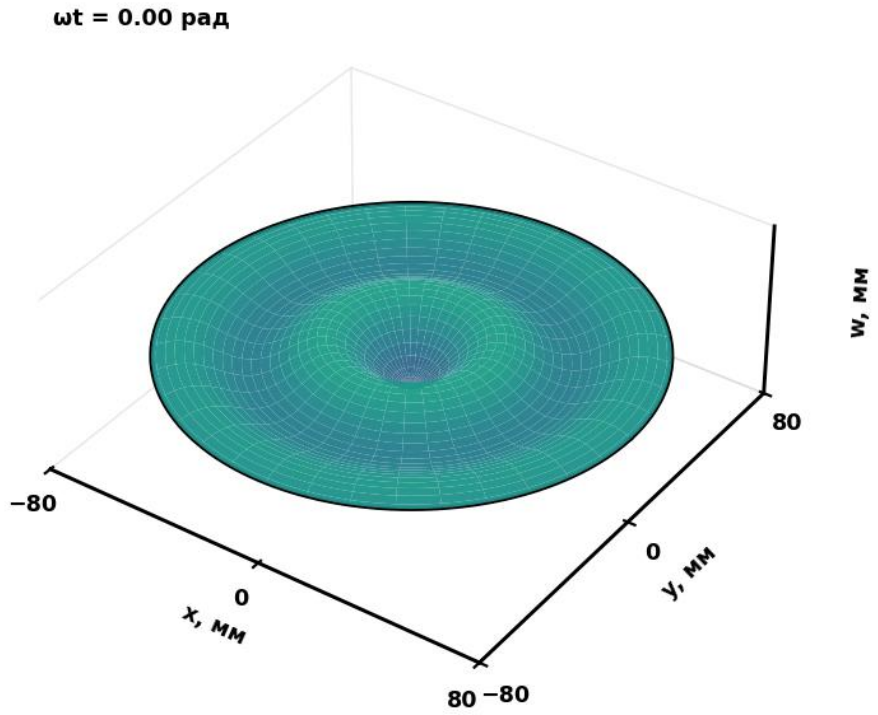
Как получить уравнения, описывающие колебания мембраны?

Есть несколько различных вариантов





Колебания связанной системы



БЛОК 2: КОЛЕБАНИЯ МЕМБРАНЫ

$$\mu\, w_{tt} = T\,\nabla^2 w - c_d\, w_t + \Delta p.$$

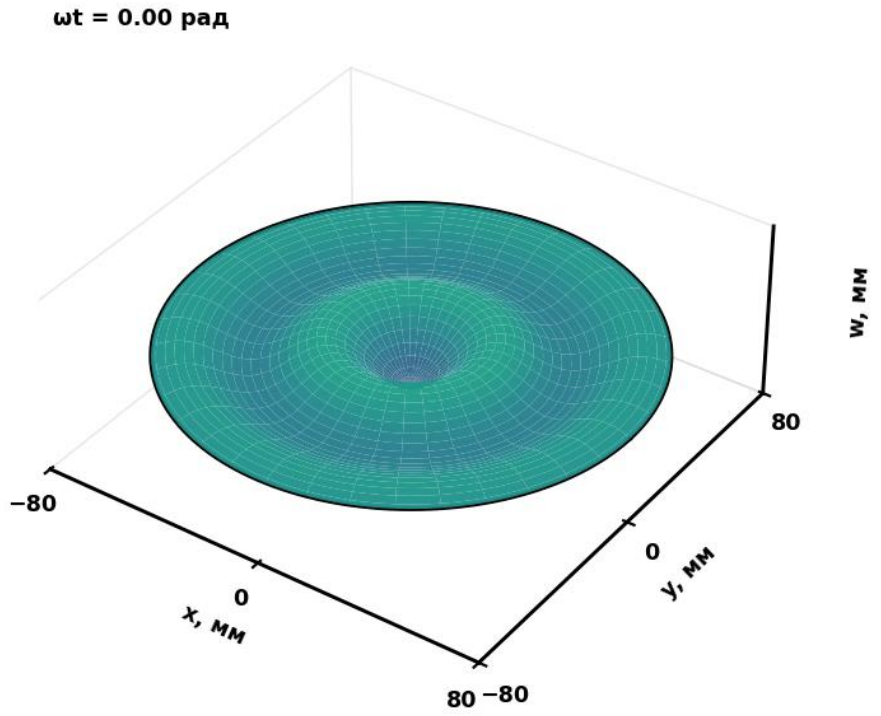
Как в каждой точке мембраны связаны силы и движение?

$$w(r,\theta,t) = \sum_j q_j(t)\Phi_j(r,\theta)$$

$$F_j(t) = \iint_S \Delta p(x,y,t)\Phi_j(x,y)\,dS$$

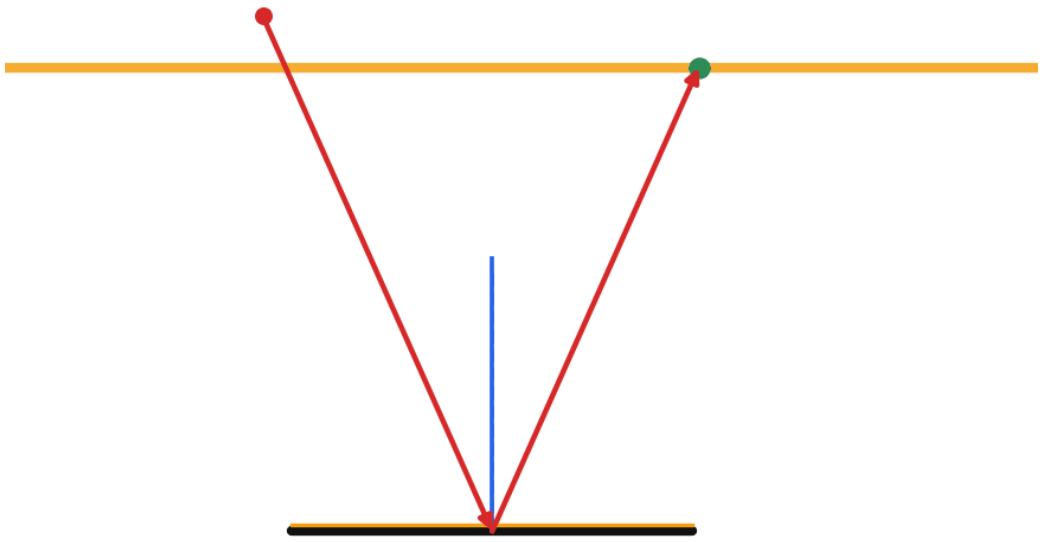
Насколько распределённое давление возбуждает конкретную моду j?

- тонкая мембрана;
- малые прогибы/наклоны;
- постоянное натяжение;
- линейное демпфирование;
- закреплённый край и т.п.



БЛОК 3: ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ЭКРАНЕ

Как именно формируется видимое на экране изображение?



Смещение изображения:

$$\Delta X_{\text{поворота}} \approx L \cdot 2\alpha$$

$$\Delta X_{\text{пост}} = 2|w| \cdot tg\ \theta_{\text{пад}}$$

Поступательное смещение при угле падения в 45 градусов:

$w = 0,5$ мм, $\quad tg\ \theta_{\text{пад}} = 1 \Rightarrow \Delta X_{\text{пост}} \approx 1$ мм

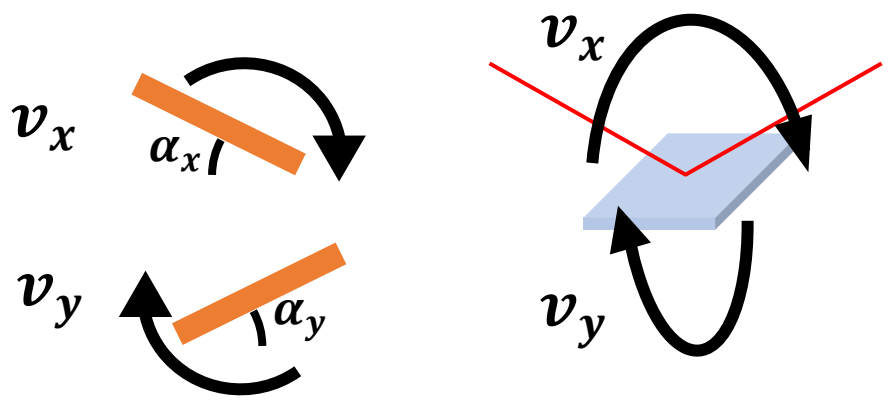
Смещение при повороте зеркала на градус:

$$\Delta X_{\text{поворота}} = 2\ (2) \cdot \frac{\pi}{180} \approx 70 \text{ мм}$$

Основная причина изменения рисунка – поворот зеркала на $\alpha \approx \nabla w$

БЛОК 3: ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ЭКРАНЕ

Как изменяется положение точки?



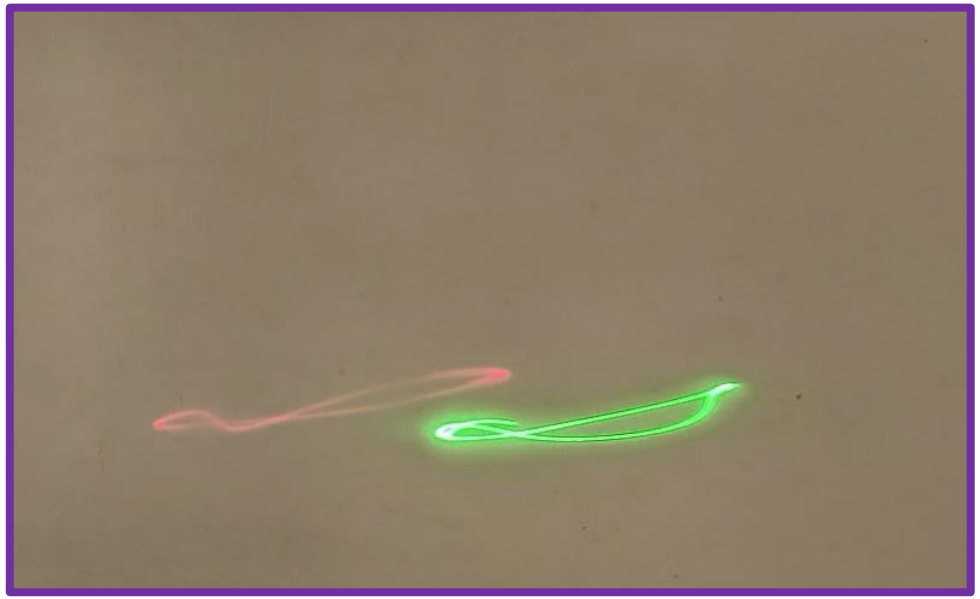
Изменение положения зеркала по осям X и Y с течением времени определяет траекторию движения лазера

$$X(t) = X_0 + a\,cos\Omega t + b\,sin\Omega t,$$
$$Y(t) = Y_0 + c\,cos\Omega t + d\,sin\Omega t.$$

При одинаковой частоте Ω траектория - эллипс

- **Траектория точки**
- **Видимая глазом линия**
- **Регистрируемая камерой линия**

Одно и то же?



ПРОВЕРКА МОДЕЛИ ДО ЭКСПЕРИМЕНТА

Анализ может включать:

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ
Какой механизм за что отвечает?

РАЗМЕРНОСТИ
Все ли слагаемые имеют одинаковую размерность?

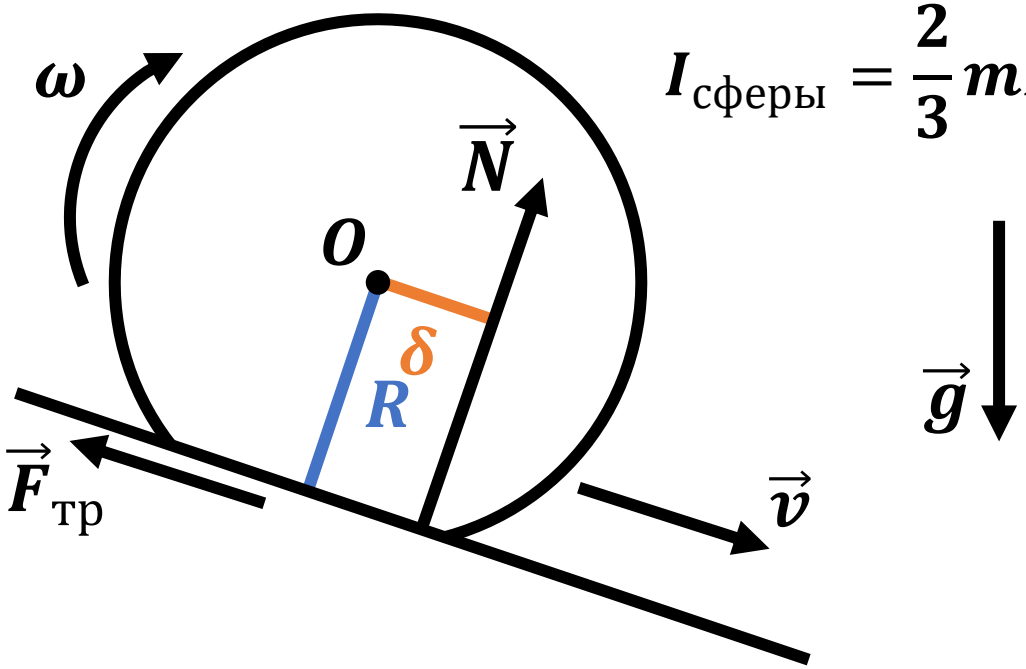
МАСШТАБЫ
Выдаёт ли модель разумные значения?

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ
Где предположения модели перестают работать?

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ
Насколько разумно поведение при стремлении к 0, ∞?

УСТОЙЧИВОСТЬ
Что меняется при малом изменении н.у.?

УРАВНЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ПУСТОЙ СФЕРЫ



$$I_{\text{сферы}} = \frac{2}{3}mR^2$$

Уравнение вращения пустой сферы:

$$I_{\text{сферы}}\dot{\omega} = \tau_{\text{тр}} - \tau_N$$

Моменты сил, действующие на сферу:

$$\tau_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}R$$

$$\tau_N = N\delta = mg\delta\cos\alpha$$

$$\frac{2}{3}mR^2\dot{\omega} = F_{\text{тр}}R - mg\delta\cos\alpha$$

Обозначения:

α – угол наклона плоскости,
R – радиус сферы,
$I_{\text{сферы}}$ – момент инерции сферы,
m – масса сферы,
x_0 – координата центра сферы

Уравнение движения сферы:

$$m\dot{v} = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}}$$

Условие качения без проскальзывания:

$$v = \omega R$$

ОПОРНЫЙ СЛУЧАЙ – ПУСТАЯ ОБОЛОЧКА

$$\frac{2}{3}mR^2\dot{\omega} = F_{\text{тр}}R - mg\delta\cos\alpha$$

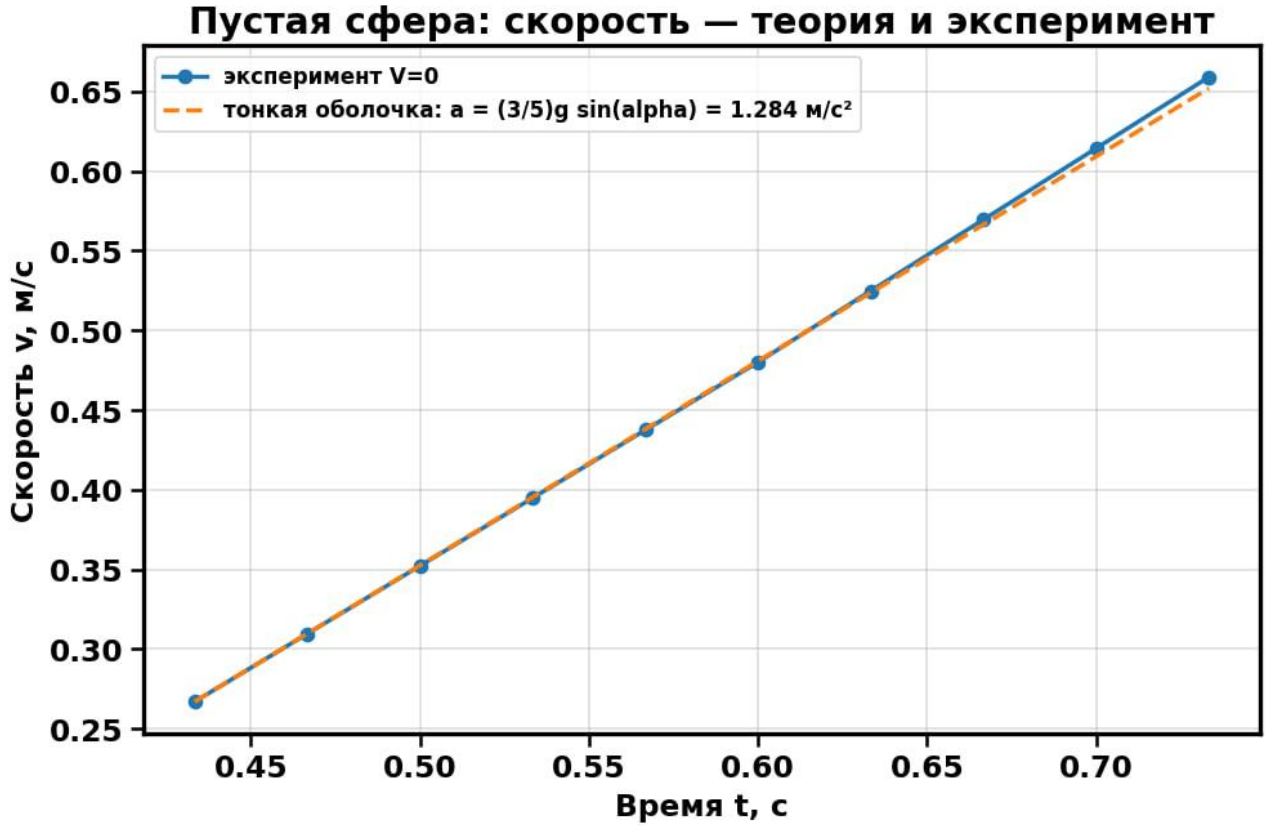
$$m\dot{v} = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}}$$

$$v = \omega R$$

С учётом начального условия:

$$v(0) = v_0$$

Проведём контрольный эксперимент: определим, как меняется скорость незаполненной сферической оболочки



Скорость пустой сферы:

$$v(t) = v_0 + \frac{3}{5}g\left(\sin\alpha - \frac{\delta}{R}\cos\alpha\right)t$$

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ: МАЛАЯ ВЯЗКОСТЬ

Уравнение вращения сферы с жидкостью:

$$I_{\text{сферы}}\dot{\omega} = \tau_{\text{тр}} - \tau_N - \tau_{\text{жидк}}$$

Вся сложность – в представлении $\tau_{\text{жидк}}$

$$\tau_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}R$$

$$\tau_N = N\delta = mg\delta\cos\alpha \ll \tau_{\text{тр}}$$

$$\tau_{\text{жидк}} \ll \tau_{\text{тр}}$$

$$Ma = Mg\sin\alpha - F$$

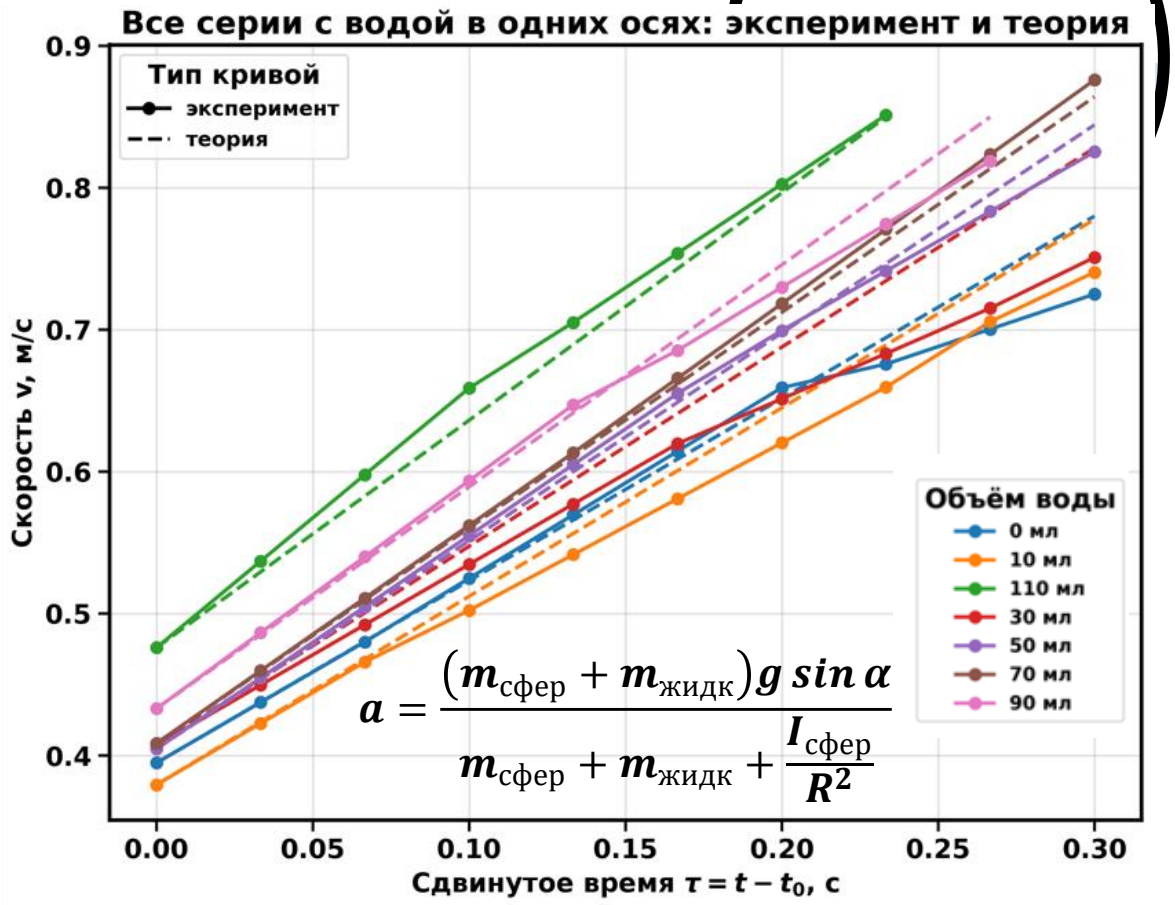
$$F \cong \frac{I_{\text{сфер}}}{R^2}a$$

$$M = m_{\text{жидк}} + m_{\text{сфер}}$$

Увеличение ускорения – следствие добавления массы жидкости

Основная масса жидкости не вращается вместе с оболочкой

Влияние вязкости **сосредоточено в тонком граничном слое**



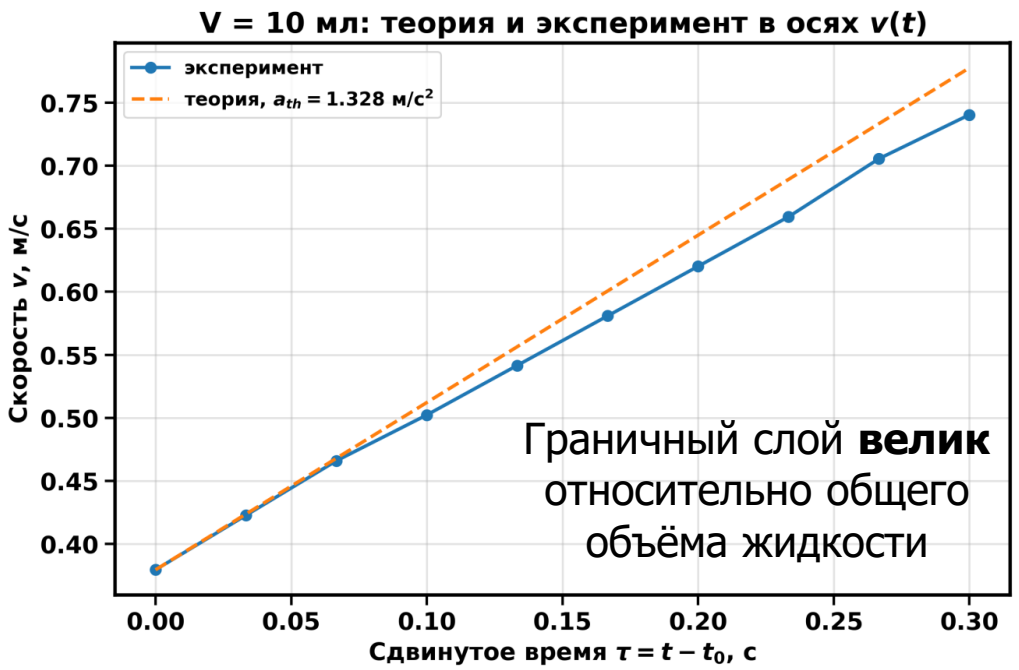
ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ: МАЛАЯ ВЯЗКОСТЬ

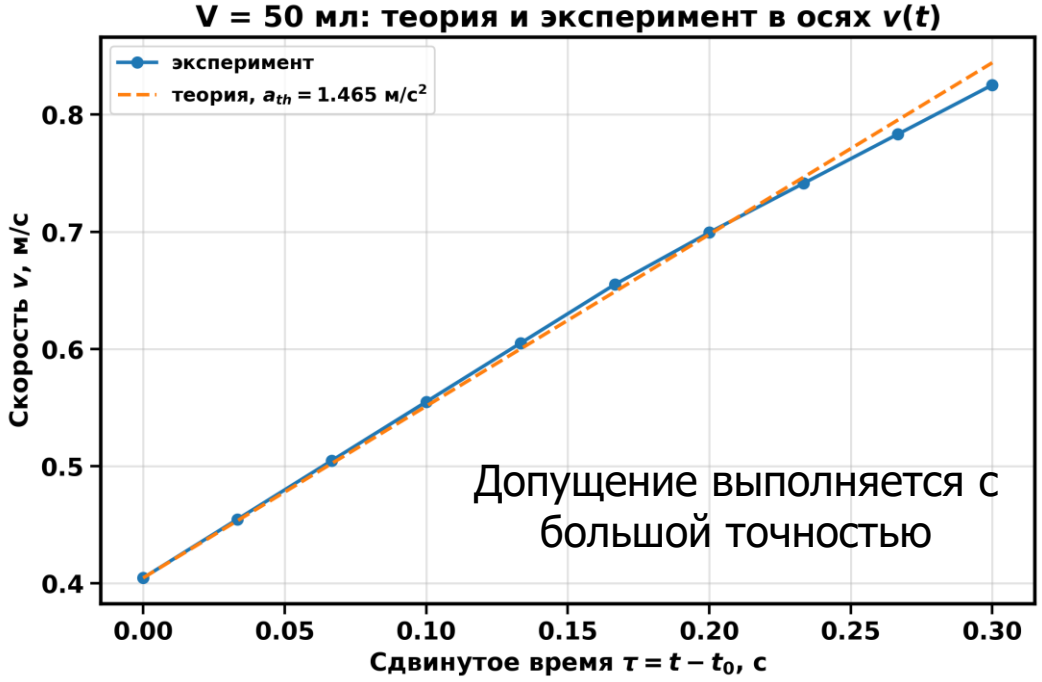
Ускорение вращения сферы с жидкостью:

$$a = \frac{(m_{\text{сфер}} + m_{\text{жидк}})\, g \sin\alpha}{m_{\text{сфер}} + m_{\text{жидк}} + \frac{I_{\text{сфер}}}{R^2}}$$

Оставшаяся жидкость **не увлекается во вращение** вместе с оболочкой







ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ: БОЛЬШАЯ ВЯЗКОСТЬ

Жидкость “прилипает” к стенке – центр масс системы смещается



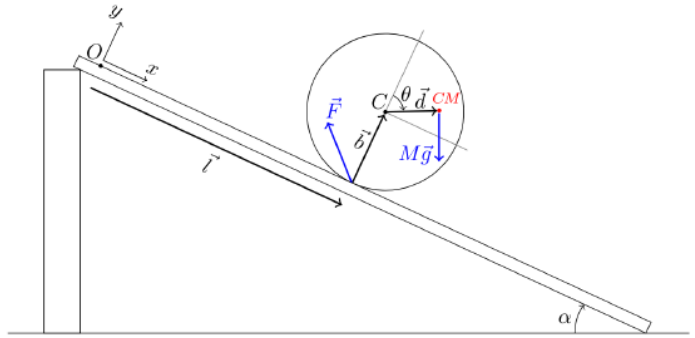


Figure 1: Schematic configuration of the physical system showing a cylinder rolling down a ramp of angle α. The position of the geometric center C, and the center of mass CM of the cylinder with respect to point O are given by the vectors $\vec{l}+\vec{b}$ and $\vec{l}+\vec{b}+\vec{d}$, respectively. The vector $\vec{F}$ represents the force acting at the contact point between the cylinder and the ramp, and $M\vec{g}$ is the cylinder's weight.

$$\vec{d} = d\sin\theta\,\hat{i} + d\cos\theta\,\hat{j}\,, \tag{2}$$

where θ is the angle between the vector $\vec{d}$ and the y-axis.

Using the coordinate system xy, which is an inertial reference frame, we can write the position of the center of mass as follows

$$\vec{r}_{CM} = \vec{l}+\vec{b}+\vec{d} = (l + d\sin\theta)\hat{i} + (b + d\cos\theta)\hat{j}\,. \tag{3}$$

In the case where the cylinder remains in contact with the ramp, the vector $\vec{b}$ is given by $\vec{b} = R\hat{j}$, where R is the radius of the cylinder. While in the case where the cylinder loses contact with the ramp and flies, we have $|\vec{b}| > R$.

The two equations that are used to determine the dynamics of this rigid body are:

(i) Newton's second law for the motion of the center of mass:

$$\vec{F}_T = M\ddot{\vec{r}}_{CM}\,, \tag{4}$$

where the subscript T means that we are considering the total force acting on the cylinder; and

(ii) Newton's second law for rotations:

$$\vec{\tau}_T = I_{CM}\,\ddot{\vec{\theta}}, \tag{5}$$

where $\ddot{\vec{\theta}}$ is defined as $\ddot{\vec{\theta}} = -\ddot{\theta}\,\hat{k}$, and the total torque $\vec{\tau}_T$ and moment of inertia I_{CM} are taken around the center of mass.

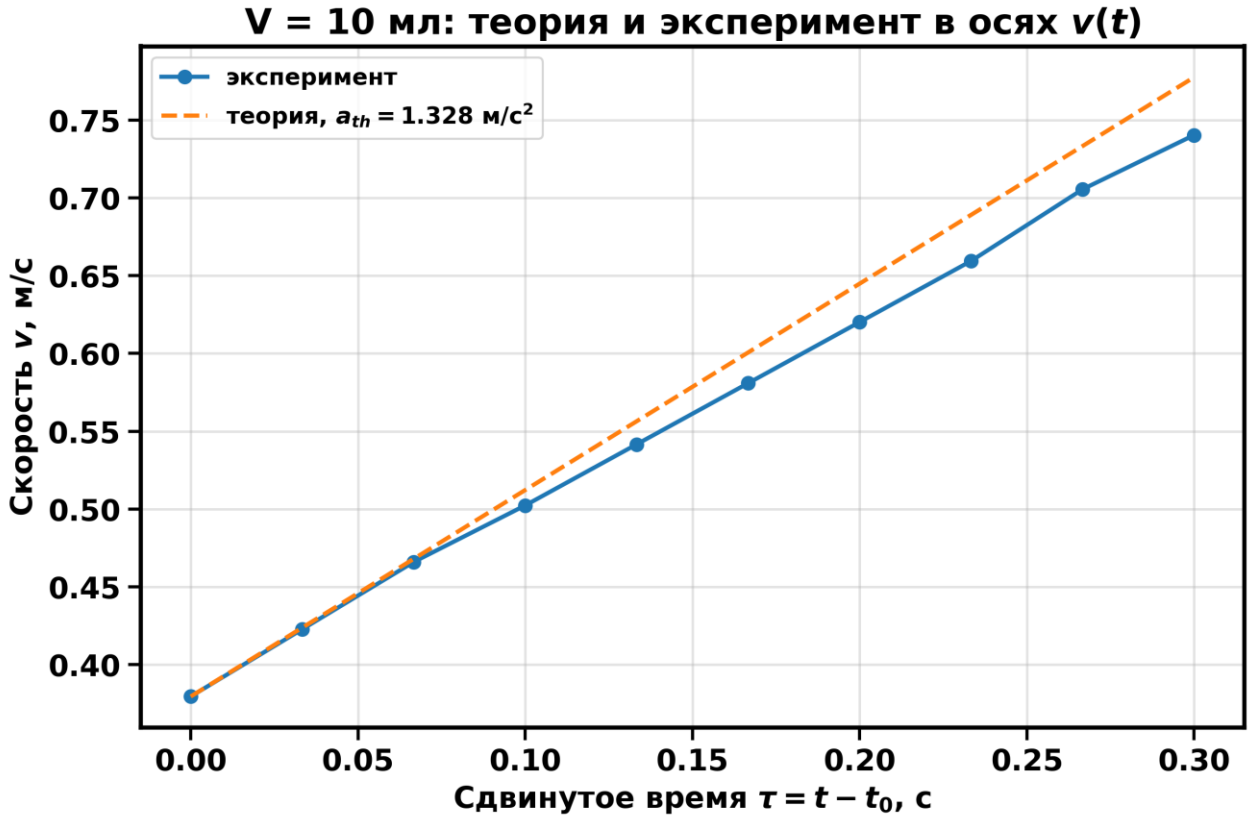
The jump effect of a general eccentric cylinder rolling on a ram

E. Aldo Arroyo et. al

Сравнение с экспериментом: проверка конкретных предсказаний модели и одновременно диагностика того, где модель перестаёт работать.

Что именно сравниваем?

- Абсолютные значения;
- Характер зависимости — рост/падение, функциональный закон;
- Масштаб величины — хотя бы правильный порядок;
- Пороги и режимы поведения — правильно ли предсказан переход от одного режима к другому;
  есть ли области различного поведения;
- Форма кривой и систематические отклонения.



СРЕДСТВА ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

- Качественная модель
- Оценочная / масштабная модель
- Аналитическая модель
- Численная модель

Последовательность возможного усложнения

Не качество модели!

Инструменты теоретика:

Ручкой на бумаге:
- Оценки;
- Законы сохранения;
- Соображения симметрии, размерностей;
- Предельные случаи.

Python / Jupyter / другие языки:
- Численное решение;
- Параметрические исследования;
- Визуализация;
- Анализ устойчивости;

COMSOL / ANSYS / FEM-пакеты
- 3D-моделирование;
- Сложная геометрия, анализ полей;
- Модульность